

臺北市立成淵高中 111 學年度 高一升高二暑假作業

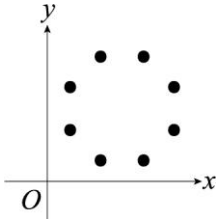
2 年_____班_____號 姓名：_____

- 對於數列 $\langle a_n \rangle$ ，已知 $a_1 = 2$ ， $a_3 = 4$ ， $a_{n+1}^2 = a_n \times a_{n+2}$ ，其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則 $a_{13} =$ _____。
- 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ 共有 19 項，若正中央三項 a_9 、 a_{10} 、 a_{11} 的和為 45，末三項的和為 165，則第 12 項為_____。
- 一袋中有 4 黑球 3 白球，自袋中任取一球觀察其顏色後，將此球放回袋中，同時再多放入兩個相同顏色的球，求第二次取出白球的機率為_____。
- 天天百貨公司今年的餐飲部門營業額占全公司總營業額的 20%，公司訂出明年的經營目標如下：「總營業額必須比今年增加 10%，且餐飲部門營業額必須占總營業額的 22%」，為了達到此目的，明年餐飲部門營業額應該比今年增加_____%。
- 某班 40 位同學在上完體育課，跑完 800 公尺熱身之後，同學們互相測量脈搏每分鐘的次數，體育老師做了下列的統計表，對於每分鐘脈搏的次數，試求：

脈搏次數	105	110	115	120	125	130
人數	4	8	13	7	6	2

 - $P_{30} =$ _____。
 - $P_{64} =$ _____。

6. 如圖表兩組數據 x 、 y 的分布圖，試問其相關係數 r 最接近下列何值？_____。
- (A) 1 (B) 0.5 (C) 0 (D) -0.5 (E) -1



7. 在極坐標上有兩點 $A[\sqrt{6}, 69^\circ]$ 、 $B[\sqrt{2}, 159^\circ]$ ， M 為 \overline{AB} 中點，試求 M 的極坐標為_____。

8. 觀察教室裡有 4 部電腦，以 $P(n)$ 表有 n 部電腦在午休時間被使用的機率，若 $P(n) = \frac{1}{2^n} P(0)$ ，其中 $0 \leq n \leq 4$ ，求午休無人使用電腦的機率為_____。

9. 散布圖中有五個樣本點： $A(2,1)$ 、 $B(3,8)$ 、 $C(5,2)$ 、 $D(5,4)$ 、 $E(10,5)$ ，則去掉哪一點後，其相關係數不變？_____。
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

10. 從 7 名男生、6 名女生中選出 5 位代表組成委員會，若男女生各至少 2 名，試問有_____種組法。

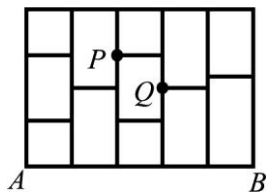
11. 設 $A = \{2, 4, a+1\}$ ， $B = \{-4, a-2, a^2 - 2a - 3\}$ ，已知 $A \cap B = \{2, 5\}$ ，則 $(A \cup B) - (A \cap B) =$ _____。

12. 力乘最多可玩五次輪盤賭博，每次他不是贏1元就是輸1元，此人開始以1元下注，但在五次未結束之前，若他贏了3元(即有4元在手)或手中0元，則停止玩輪盤賭博。試問輸光的情形有_____種。

13. 已知 $\{a_n\}$ 是等差數列，已知 $2a_3 = a_8$ ，前5項和 $S_5 = 75$ ，求前10項和 $S_{10} =$ _____。

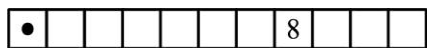
14. 120個學生中，喜好棒球者有65人，喜好籃球者有73人，設喜好棒球且喜好籃球者最多有 a 人，最少有 b 人，設喜好棒球或喜好籃球者最多有 c 人，最少有 d 人，則數對 (a, b, c, d) 為_____。

15. 如街道圖，某人由 A 走到 B ，若規定可以走 \rightarrow 、 \uparrow 、 \downarrow ，但走過的道路不可重複走，則由 A 走到 B ，不經過 P 點且不經過 Q 點的走法有_____種。



16. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列，若甲、乙不排首位且丙、丁不排末位，有_____種排法。

17. 圖中有11個格子，最左邊1格有一黑棋子，每次黑棋子可向右移1格或2格，但必走到第8個格子，則黑棋子移至最右邊一格的移法有_____種。



18. 甲、乙、丙、丁、戊5個好朋友想搭計程車離開車站，現有A、B、C、D四輛計程車可選擇，每臺車最多坐4人，由於甲、乙住在同一社區，兩人要搭同輛計程車，則有_____種搭乘方法。

19. 有7男3女共10位學生擔任本週值日生，導師規定本週五個上課日中，每天兩名值日生且至少須一名男生，則本週安排值日生共有_____種方法。

20. 甲乙兩人各任意寫一個二位數，求甲所寫的數不小於乙所寫的數之機率為_____。

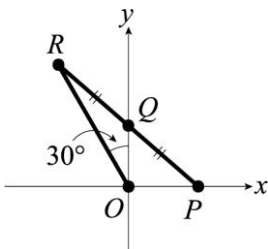
21. 一袋中有 4 個紅球、6 個白球，從中取出 3 球，每球被取得的機會相等，試求所得紅球個數的期望值 _____ 個。

22. 力乘期中考，全班的國文成績的算術平均數是 70 分，標準差 4 分；數學成績的算術平均數是 68 分，標準差 4 分；力乘考試的國文成績標準化後比數學成績標準化後多 2 分，則力乘的未標準化前的國文成績比未標準化前的數學成績多 _____ 分。

23. 2020 年全球某病毒爆發，衛生署呼籲民眾勤洗手或以酒精消毒。有一香水製造商想推出一款新的防疫噴霧，在一份市場商品調查報告中，廠商得到防疫噴霧每罐的單價與市場需求量的調查表如下，則二維數據 (X, Y) 的相關係數為 _____。

每罐單價（十元） X	8	9	10	11	12
市場需求量（千罐） Y	22	21	20	18	19

24. 如圖，某人在 O 點測量到遠處有一物體作等速直線運動，開始時該物體位置在 P 點，一分鐘後，其位置在 Q 點，且 $\angle POQ = 90^\circ$ ，再過一分鐘後，該物體位置在 R 點且 $\angle QOR = 30^\circ$ ，試求 $\tan^2(\angle OPQ) =$ _____。（提示：作 R 到 x 軸的垂線）



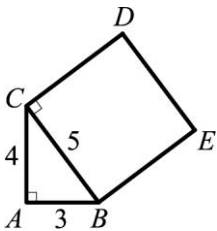
25. 求 $(\sin 60^\circ)^2 + (\tan 45^\circ)^2 + (\sin 30^\circ)^2 + (\cos 52^\circ + \cos 38^\circ)^2 + (\cos 52^\circ - \cos 38^\circ)^2 =$ _____。

26. 設 θ 為第二象限角，則 $\frac{\theta}{3}$ 為第_____象限角。

27. 若 $225^\circ < \theta < 270^\circ$ ，化簡 $\sqrt{1+2\sin\theta\cos\theta} - \sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta} =$ _____。

28. 設直角三角形 ABC 之三邊長為 $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=4$ ，以斜邊 \overline{BC} 為一邊向外作出正方形 $BCDE$ ，

如圖所示。令 $\angle ACD = \theta$ ，試求 $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta}} =$ _____。



29. $a_1 = 1$ ， $a_{n-1} - a_n = na_{n-1}a_n$ ($n \geq 2$)，其中 $a_n \neq 0$ ($n \geq 1$)，求 a_n 之一般式為_____。

30. 求級數 $1 \times 20 + 2 \times 19 + 3 \times 18 + \dots + 20 \times 1 =$ _____。

31. 求 $C_0^{10} + 3C_1^{10} + 5C_2^{10} + \cdots + 21C_{10}^{10} =$ _____。

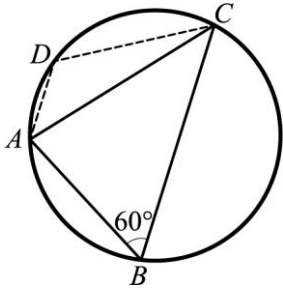
32. 甲、乙、丙、丁四人玩猜拳遊戲，各出「剪刀、石頭、布」三者之一，今四人同時出一拳，且甲只會出剪刀、石頭，求不分勝負的機率為_____。

33. n 個資料 x_1, x_2, \dots, x_n 之算術平均數為 5，標準差為 4，則 $2x_1^2 - 5, 2x_2^2 - 5, \dots, 2x_n^2 - 5$ 之算術平均數為_____。

34. 氣溫會隨著高度不同而改變，為了研究高度 (X) 對氣溫 (Y) 的影響，經過實地測量得到資料如右：
(1,14)、(1.5,11)、(2,7.5)、(2.5,4)、(3,1.5)，其中測量的單位分別是公里和攝氏溫度。若這 5 筆資料的相關係數為 r ，迴歸直線的斜率為 m 。現在如果將公里轉換成英哩 (1 公里 = 0.6 哩)，攝氏轉換成華氏 ($y^\circ\text{C} = \left(\frac{9}{5}y + 32\right)^\circ\text{F}$)，若單位換算後的相關係數為 r' ，迴歸直線的斜率為 m' ，則下列選項哪些正確？_____。(A) $rm > 0$ (B) $r > 0$ (C) $r = r'$ (D) $m' > 0$ (E) $m' = 3m$

35. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC} = 10(1 - \cos A)$ ，若 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 3，則 $\cos A =$ _____。

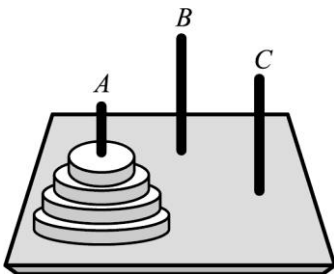
36. 在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊，已知 $b=2\sqrt{7}$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $a+c=10$ ，若 D 為 $\triangle ABC$ 外接圓劣弧 AC 上一點，且 $2\overline{AD}=\overline{DC}$ ，求四邊形 $ABCD$ 的面積為_____。



37. 力乘在山頂測得地面 A 點的俯角為 30° ，沿山坡下行 $\frac{2}{3}$ 的坡長到 P ，再測得 A 點的俯角為 15° ，若山坡的斜角為 θ ，求 $\tan \theta =$ _____。

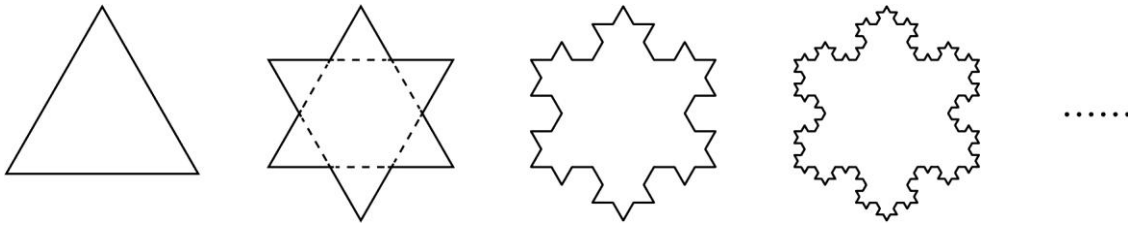
38. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1+a_3+a_5=21$ ， $a_4+a_6+a_8=168$ ，則 $a_{10} =$ _____。

39. 印度河內有一宗廟內豎立 A 、 B 、 C 三柱， A 柱有 n 個圓盤由大而小往上堆疊，要把 A 柱上圓盤移到另一柱上，每次移動一個，且大盤不可放在小盤上，設至少移動 a_n 次，求：



- (1) $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為_____。
- (2) 一般項 $a_n =$ _____。

40. 設 $\triangle ABC$ 是邊長為27的正三角形。將三邊分別三等分，取中間段為一邊向外側作一個正三角形，並且將中間這一段擦去，其次將剩下的每一邊再三等分，取中間段為一邊向外作正三角形，再將中間這一段擦去。依此程序繼續下去，得到一系列的圖形。則前5個圖形的周長總和為_____。



簡答：

1. 128

2. 25

3. $\frac{3}{7}$

4. 21

5. (1)112.5 (2)120

6. C

7. $[\sqrt{2}, 99^\circ]$

8. $\frac{16}{31}$

9. D

10. 945

11. $\{-4, 4\}$

12. 4

13. 225

14. (65, 18, 120, 73)

15. 60

16. 336

17. 63

18. 252

19. 75600

20. $\frac{91}{180}$

21. $\frac{6}{5}$

22. 10

23. $-\frac{9}{10}$

24. $\frac{3}{4}$

25. 4

26. 一、二、四

27. $-2\cos\theta$

28. $-\frac{12}{125}$

29. $\frac{2}{n(n+1)}$

30. 1540

31. 11264

32. $\frac{13}{27}$

33. 77

34. ACE

35. $\frac{8}{17}$

36. $8\sqrt{3}$

37. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

38. 512

39. (1) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$

(2) $2^n - 1$

40. 781