

112 學年度成淵高中高一數學寒假作業

裝訂說明：

1. 請以 A4 紙張雙面影印，封面與內頁第 1 頁印在同一張 A4 紙的正反面，不需分開列印
2. 紙張左側以釘書機或膠水、膠帶裝訂成一本

書寫說明：

1. 每一題請務必親自並詳細列出計算過程，並仔細完成最後答案
2. 每一題均附有解答，務必確實核對並訂正
3. 若無過程，僅有解答，或書寫錯誤未予更正或訂正者，視同未完成
4. 請於開學前完成，並於開學後攜帶至學校，依各班級之數學老師規定的時間繳交
5. 此次作業內容將作為開學數學複習測驗之考試範圍

計分方式：

1. 開學後各班級的數學老師決定此次寒假作業佔學期成績之比例
2. 此次寒假作業內容於開學之複習測驗成績，將依各班數學老師決定所佔學期成績之比例

成淵高中

一年_____班_____號

姓名：_____

1

若在計算器中鍵入某正整數 N ，接著連接「 $\sqrt{\quad}$ 」鍵(取正平方根)3次，視窗顯示得到答案為 2，則 N 等於下列哪一個選項？_____

- (1) 2^3 (2) 2^4 (3) 2^6 (4) 2^8 (5) 2^{12}

[112 學測數學 A] 答：(4)

2

某甲計算多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 除以 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的餘式，其中 $a、b、c、d$ 為實數，且 $a \neq 0$ 。他誤看成 $g(x)$ 除以 $f(x)$ ，計算後得出餘式為 $-3x - 17$ 。假設 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 正確的餘式等於 $px^2 + qx + r$ ，則 p 的值會等於下列哪個選項？_____

- (1) -3 (2) -1 (3) 0 (4) 2 (5) 3

[112 學測數學 B] 答：(3)

3

試問有多少個整數 x 滿足 $2|x| + x < 10$? _____

- (1) 13 個 (2) 14 個 (3) 15 個 (4) 16 個 (5) 無窮多個

[111 學測數學 B] 答：(1)

4

設 $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ，下列關於函數 $y = f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。 _____

- (1) $y = f(x)$ 的圖形通過點 $(1, 0)$ (2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點
(3) 點 $(1, 0)$ 是 $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心
(4) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 3x - 3$
(5) $y = 3x^3 - 6x^2 + 2x$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到

[111 學測數學 B] 答：(1)

5

設坐標平面上兩直線 L_1 、 L_2 的斜率皆為正，且 L_1 、 L_2 有一夾角的平分線斜率為 $\frac{11}{9}$ 。另一直線 L 通過點 $(2, \frac{1}{3})$ 且與 L_1 、 L_2 所圍的有界區域為正三角形，試問 L 的方程式為下列哪一選項？_____

- (1) $11x - 9y = 19$ (2) $9x + 11y = 25$ (3) $11x + 9y = 25$
 (4) $27x - 33y = 43$ (5) $27x + 33y = 65$

[111 學測數學 A] 答：(5)

6

有兩個正實數 a 、 b ，已知 $ab^2 = 10^5$ ， $a^2b = 10^3$ ，則 $\log b =$ _____。(化為最簡分數)

[112 學測數學 B] 答： $\frac{7}{3}$

7

設 a, b 為實數(其中 $a > 0$)，若多項式 $ax^2 + (2a + b)x - 12$ 除以 $x^2 + (2 - a)x - 2a$ 所得餘式為 6，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

[112 學測數 A] 答：(3, -9)

8

已知 $a = 6$ 、 $b = \frac{20}{3}$ 、 $c = 2\sqrt{10}$ 和 d ，且 d 為有理數，將這四個數標註在數線上，即 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 和 $D(d)$ 。試選出正確的選項。_____

(1) $a + b + c + d$ 必為一個有理數 (2) $abcd$ 必為一個無理數

(3) 點 D 有可能和點 C 的距離等於 $2\sqrt{10} + 6$

(4) 點 A 和點 B 的中點位在點 C 的右邊

(5) 數線上和點 B 距離小於 8 的所有點中，正整數有 14 個，負整數有 1 個

[112 學測數學 B] 答：(3)(4)(5)

9

設 a 、 b 、 c 都是非零的實數，且二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根都落在 1 和 3 之間。試選出兩根必定都落在 4 和 5 之間的方程式。_____

(1) $a(x-2)^2 + b(x-2) + c = 0$ (2) $a(x+2)^2 + b(x+2) + c = 0$

(3) $a(2x-7)^2 + b(2x-7) + c = 0$ (4) $a\left(\frac{x+7}{2}\right)^2 + b\left(\frac{x+7}{2}\right) + c = 0$

(5) $a(3x-11)^2 + b(3x-11) + c = 0$

[111 學測數學 B] 答：(3)(5)

10

坐標平面上有一圓，其圓心為 $A(a, b)$ ，且此圓與兩坐標軸皆相切，另有一點 $P(c, c)$ ，其中 $a > c > 0$ ，且已知 $\overline{PA} = a + c$ ，試選出正確的選項。_____

(1) $a = b$ (2) 點 P 位於直線 $x + y = 0$ 上 (3) 點 P 在此圓內

(4) $\frac{a+c}{b-c} = \sqrt{2}$ (5) $\frac{a}{c} = 2 + 3\sqrt{2}$

[112 學測數學 B] 答：(1)(4)

11

設整數 n 滿足 $|5n - 21| \geq |7n|$ 。試選出正確的選項。_____

(1) $|5n - 7n| \geq 21$ (2) $-1 \leq \frac{7n}{5n - 21} \leq 1$ (3) $7n \leq 5n - 21$

(4) $(5n - 21)^2 \geq 49n^2$ (5) 滿足題設不等式的整數 n 有無窮多個

[111 學測數學 A] 答：(2)(4)

12

設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 皆為實係數多項式，其中 $g(x)$ 是首項係數為正的二次式。已知 $(g(x))^2$

除以 $f(x)$ 的餘式為 $g(x)$ ，且 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸無交點。

試選出不可能是 $y = g(x)$ 圖形頂點的 y 坐標之選項。_____

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) 1 (3) $\sqrt{2}$ (4) 2 (5) π

[111 學測數學 A] 答：(1)(2)

給定一實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$ 。令 $g(x) = f(-x) - 3$ ，

已知 $y = g(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 0)$ 且 $g(-1) < 0$ 。試選出正確的選項。_____

(1) $g(x) = 0$ 有三相異整數根 (2) $a < 0$

(3) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, -3)$ (4) $f(100) < 0$

(5) $y = f(x)$ 的圖形在點 $(-1, f(-1))$ 附近會近似於一條斜率為 a 的直線

[111 學測數學 A] 答：(1)(2)

14

考慮坐標平面上的直線 $L: 5y + (2k - 4)x - 10k = 0$ (其中 k 為一實數), 以及長方形 $OABC$, 其頂點坐標為 $O(0, 0)$ 、 $A(10, 0)$ 、 $B(10, 6)$ 、 $C(0, 6)$ 。設 L 分別交直線 OC 、直線 AB 於點 D 、 E 。試選出正確的選項。_____

(1) 當 $k = 4$ 時, 直線 L 通過點 A (2) 若直線 L 通過點 C , 則 L 的斜率為 $-\frac{5}{2}$

(3) 若點 D 在線段 \overline{OC} 上, 則 $0 \leq k \leq 3$

(4) 若 $k = \frac{1}{2}$, 則線段 \overline{DE} 在長方形 $OABC$ 內部(含邊界)

(5) 若線段 \overline{DE} 在長方形 $OABC$ 內部(含邊界), 則 L 的斜率可能為 $\frac{3}{10}$

[112 學測數 A] 答: (1)(3)(5)

15

設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{10} = 20$, $a_{20} = 10$ 。

(1) 求首項 $a_1 =$ _____ 及公差 $d =$ _____。

(2) 此數列從 _____ 幾項開始出現負數。

答: (1) $a_1 = 29$ 、 $d = -1$; (2) 第 31 項

16

已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_2 - a_1 = 2$ ， $a_1 + a_3 = 10$ ，求 a_4 的值為_____。

答： $a_4 = 16$ 或 27

17

已知一數列 -2 、 a 、 b 、 18 滿足前三項成等差數列，且後三項成等比數列，求 a 的值為_____。

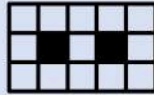
答： $a = \frac{1}{2}$ 或 2

18

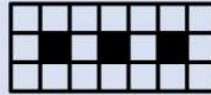
用黑、白兩色的正方形地磚有規律的拼成若干圖形，如下圖所示。



第1圖



第2圖



第3圖

依此規律可畫第4圖、第5圖、……，並設 a_n 是第 n 圖中白色地磚的塊數。

(1) 寫出數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為_____。

(2) 求 a_{40} 的值為_____。

答：(1) $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = a_{n-1} + 5 \end{cases} \quad (n \geq 2)$; (2) $a_{40} = 203$