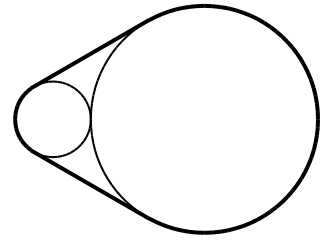


臺北市立成淵高中 112 學年度第一學期高二數學寒假作業

二年____班____號 姓名：_____

1、有一扇形的周長為16，面積也為16，求此扇形的半徑及圓心角 $r=4$ 、 $\theta=2$ (徑)

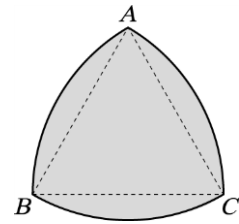
2、包裝二根半徑分別為3與9的圓柱，其截面如圖所示，則外圍粗黑線條的長度為 _____



$12\sqrt{3} + 12$

3、若 θ 不為象限角，試化簡 $\frac{\sin(-\theta)}{\sin(\pi+\theta)} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cos(2\pi-\theta)} + \frac{\sin(\pi-\theta)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)} =$ _____ 1

4、設正三角形 ABC 的邊長為 1，分別以 A 、 B 、 C 為圓心，1 為半徑畫出 BC 弧、 AC 弧、 AB 弧，如圖所示。則塗色部分的面積為 _____



$\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$

5、在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍內，兩函數 $y = \tan x$ 與 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 的圖形共有多少個交點？ 3

6、已知 $a > 0$ ，函數 $f(x) = -2a \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2a + b$ ，當 $0 \leq x \leq \pi$ 時， $-5 \leq f(x) \leq 1$ ，則數對 $(a, b) =$

(2, -5)

7、在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 範圍內，求方程式 $\sin x = \frac{1}{2}$ 的解

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$$

8、設 $a = \cos 1$ ，選出正確的選項 (1) $-1 < a < 0$ (2) $0 < a < \frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$ (3)

9、已知 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ，求下列各式的值： (1) $\sin 2\theta$ (2) $\cos 4\theta$

(1) $\frac{8}{9}$ (2) $-\frac{47}{81}$

10、已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = 3$ 且 $\angle A = 2\angle C$ ，則 $\cos C$ 的值為 _____

$$\cos C = \frac{3}{4}$$

11、設 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 為 $\triangle ABC$ 的三內角，且 $13\sin A = 17\cos B\cos C$ ，則 $\tan B + \tan C$ 的值為

$$\frac{17}{13}$$

12、設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，且 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ ，試求 $\sin \frac{\theta}{2}$ 及 $\cos \frac{\theta}{2}$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \quad \cos \frac{\theta}{2} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

13、設兩直線 $y = 2$ 和 $y = 18$ 分別與 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB} =$

$$2\sqrt{65}$$

14、解下列各方程式： (1) $4^x = (2\sqrt{8})^3$ (2) $3^{2x} + 6 \times 3^x - 3^3 = 0$

$$x = \frac{15}{4} \quad x = 1$$

15、試求函數 $f(x) = 2\left(2^x - \frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(2^{-x} - \frac{3}{2}\right)^2 + 3$ 的最小值為

$$4$$

16、求 $(\log_2 5 + \log_8 25)(\log_5 8 + \log_{25} 8)$ 的值

$$\frac{15}{2}$$

17、將 0.2^{100} 表示成小數時，從小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字？此不為 0 的數字為何？

$$(\log 2 \approx 0.3010)$$

第 70 位開始出現不為 0 的數字，此不為 0 的數字為 1

18、已知某一種細菌每隔1天數量會增加為原來的5倍，設1000株細菌需經過 n 天後才會增殖超過 10^{12} 株，求最小正整數 n 的值。（ $\log 2 \approx 0.3010$ ）

13

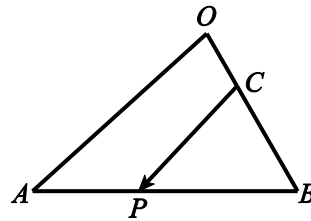
19、解方程式 $x^{\log x} = 10^6 x$

$x = 1000$ 或 $\frac{1}{100}$

20、試求 $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{49}$ 為幾位數？

24 位數

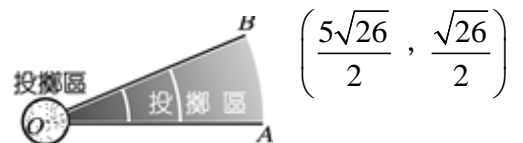
21、如圖， $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ ， $\overline{OC} : \overline{CB} = 1 : 2$ 。已知 $\overrightarrow{CP} = r\overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{OB}$ ，求 r 、 s 的值 $r = \frac{3}{5}$ 、 $s = \frac{1}{15}$



22、梯形 $ABCD$ 中， $A(2,5)$ 、 $B(-2,-3)$ 、 $C(6,3)$ ，若 $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，且 $|\overrightarrow{AD}| = 15$ ，求 D 的坐標為

$D(14, 1)$

23、如圖所示，鉛球比賽場地中，如果不計標線的寬度，建立一直角坐標系，使 O 為原點， A 、 B 兩點的坐標分別為 $(13, 0)$ 、 $(12, 5)$ ，試求 AB 的中點坐標。



$\left(\frac{5\sqrt{26}}{2}, \frac{\sqrt{26}}{2} \right)$

24、平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$

39

25、已知點 $A(3,5)$ 、 $B(1,-7)$ ，直線 $x-2y=0$ 上有一點 C ，其中 C 的 x 、 y 坐標皆為正整數，若 $\triangle ABC$ 的面積為 9，則點 C 的坐標為

(4,2)

26、求直線 $L_1: 2x - y + 5 = 0$ 與 $L_2: 3x + y - 2 = 0$ 的夾角

45° 或 135°

27、設兩直線 $6x + ky = k + 2$ 與 $(k + 9)x + 6y = 13 - k$ ，

(1) $k = -12$ (2) $k = 3$

(1)若此兩直線平行，則 k 的值為_____

(2)若此兩直線重合，則 k 的值為_____

28、設 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $|\vec{c}| = 5$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，試求 $|2\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{c}| =$

7

29、若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$ ，求 $\begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2001 & 4004 \\ 2003 & 4008 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -22222 & 66666 \\ 123 & -369 \end{vmatrix} =$

-7

30、已知實數 x 、 y 滿足 $2x + y = 15$ ，求 $x^2 + y^2$ 的最小值，及此時 x 、 y 的值

$x = 6$ 、 $y = 3$ ，45