

# 112 學年度成淵高中高一升高二數學暑假作業

## 裝訂說明：

1. 請以 A4 紙張雙面影印，封面與內頁第 1 頁印在同一張 A4 紙的正反面，不需分開列印
2. 紙張左側以釘書機或膠水、膠帶裝訂成一本

## 書寫說明：

1. 每一題請務必親自並詳細列出計算過程，並仔細完成最後答案
2. 每一題均附有解答，務必確實核對並訂正
3. 若無過程，僅有解答，或書寫錯誤未予更正或訂正者，視同未完成
4. 請於開學前完成，並於開學後攜帶至學校，依各班級之數學老師規定的時間繳交
5. 此次作業內容將作為開學數學複習測驗之考試範圍
6. 填入高二新的班級之班級、姓名、座號

## 計分方式：

1. 開學後各班級的數學老師決定此次暑假作業佔學期成績之比例
2. 此次暑假作業內容於開學之複習測驗成績，將依各班數學老師決定所佔學期成績之比例

**成淵高中**

**二年\_\_\_\_\_班\_\_\_\_\_號**

**姓名：**\_\_\_\_\_

# 1

某個國家過去五年的碳排放總量，由第 1 年的  $X$  億公噸二氧化碳當量(CO<sub>2</sub>e)下降至第 5 年的  $Y$  億公噸二氧化碳當量(CO<sub>2</sub>e)，達到每年平均減碳 5% 的效益，

亦即  $Y = (1 - 0.05)^4 X$ 。將五年的碳排放總量與年成長率記錄如下表，其中

$$\text{第 } n \text{ 年碳排放成長率} = \frac{(\text{第 } n \text{ 年碳排放總量}) - (\text{第 } n - 1 \text{ 年碳排放總量})}{\text{第 } n - 1 \text{ 年碳排放總量}}, n =$$

2、3、4、5。

	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
碳排放總量 (億公噸 CO <sub>2</sub> e)	$X$	$A$	$B$	$C$	$Y$
碳排放年成長 率		$-0.07$	$p$	$q$	$r$

選出正確的選項。\_\_\_\_\_

$$(1) A = 0.93X \quad (2) Y \leq 0.08X \quad (3) \frac{-0.07 + p + q + r}{4} = -0.05$$

$$(4) \sqrt[4]{\frac{Y}{X}} - 1 = -0.05 \quad (5) 0.93(1 + p)(1 + q)(1 + r) = (0.95)^4$$

[113 學測數學 B] 答：(1)(4)(5)

# 2

在一圓的圓周上取 12 個等分點並以順時針方向依序編 1 號至 12 號。由這 12 個點任取 3 點為頂點所形成的三角形中，三個內角的角度由小到大會成等差數列的三角形有\_\_\_\_\_個。

[113 學測數學 B] 答：76

## 3

某公司有甲、乙兩新進員工，兩人同時間入職且起薪相同。公司承諾給甲、乙兩員工調薪方式如下：

甲：工作滿 3 個月，下個月開始月薪增加 200 元；以後每再滿 3 個月皆依此方式調薪。

乙：工作滿 12 個月，下個月開始月薪增加 1000 元；以後每滿 12 個月皆依此方式調薪。

根據以上敘述，試選出正確的選項。\_\_\_\_\_

- (1) 甲工作滿 8 個月後，第 9 個月的月薪比第 1 個月的月薪增加 600 元
- (2) 工作滿一年後，第 13 個月甲的月薪比乙的月薪高
- (3) 工作滿 18 個月後，第 19 個月甲的月薪比乙的月薪高
- (4) 工作滿 18 個月時，甲總共領到的薪水比乙總共領到的薪水少
- (5) 工作滿兩年後，在第 3 年的 12 個月中，恰有 3 個月甲的月薪比乙的月薪高

[112 學測數 A] 答：(3)(5)

## 4

設  $a \in \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$ ，已知  $a$  為實係數三次多項式  $f(x)$  的最高次項係數，若函數  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸交於三點，且其  $x$  軸坐標成首項為  $-7$ 、公差為  $a$  的等差數列。試問共有幾個  $a$  使得  $f(0) > 0$ ？\_\_\_\_\_

- (1) 1 個      (2) 2 個      (3) 3 個      (4) 4 個      (5) 5 個

[113 學測數學 A] 答：(1)

5

某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的  $\frac{3}{10}$ 。報考數學 A 的學生中有  $\frac{5}{8}$  的學生同時也報考數學 B。則只報考數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

[113 學測數學 B] 答： $\frac{2}{7}$

6

某燈會布置變色閃燈，每次啟動後的閃燈顏色會依照以下的順序做週期性變換：藍-白-紅-白-藍-白-紅-白-藍-白-紅-白…，每四次一循環，其中藍光每次持續 5 秒，白光每次持續 2 秒，而紅光每次持續 6 秒。假設換燈號的時間極短可被忽略，試選出啟動後第 99 秒至 101 秒之間的燈號。\_\_\_\_\_

- (1) 皆為藍燈      (2) 皆為白燈      (3) 皆為紅燈  
(4) 先亮藍燈再亮白燈      (5) 先亮白燈再亮紅燈

[111 學測數學 B] 答：(3)

7

有三女三男共六位在校時和老師常有互動的同學，畢業後老師邀聚餐，餐後七人站一橫排拍照留念。已知同學中有一女一男兩位曾有過不愉快，照相時不想相鄰，而老師站在正中間且三位男生不完全站在老師的同一側，則可能的排列方式共有\_\_\_\_\_種。

[111 學測數學 B] 答：456

8

八棟大廈排成一行，由左至右分別編號 1、2、3、4、5、6、7、8。今電信公司想選取其中三棟大廈的屋頂分別設立一座電信基地台。若基地台不能設立於相鄰兩棟大廈，以免訊號互相干擾，試問在 3 號大廈不設立基地台的情況下，有多少種設立基地台的選取方法？\_\_\_\_\_

- (1) 12      (2) 13      (3) 20      (4) 30      (5) 35

[111 學測數學 B] 答：(2)

9

某電子看板持續不斷的輪流播放 A、B 兩段廣告(A、B、A、B、...)，每個廣告播放時間皆為 T 分鐘(其中 T 為整數)。某甲經過時剛好開始播放 A 廣告，30 分鐘，某甲回到該處，看到恰好開始播放 B 廣告。試選出可能是 T 值的選項。\_\_\_\_\_

- (1) 15      (2) 10      (3) 8      (4) 6      (5) 5

[112 學測數學 B] 答：(2)(4)

10

從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，使其成為等差數列，且  $a < b < c$ ，則  $(a, b, c)$  的取法有\_\_\_\_\_種。

[112 學測數學 B] 答：90

11

考慮所有只用 0、1、2 三種數字組成的序列，序列長度  $n$  是指該序列由  $n$  個數字組成(可重複出現)。令  $a(n)$  為在所有長度  $n$  的序列中連續兩個零(即 00)出現的次數總和。例如長度 3 的序列中含有連續兩個零的有 000、001、002、100、200，其中 000 貢獻 2 次 00，其餘各貢獻 1 次 00，故  $a(3) = 6$ 。則  $a(5)$  的值為\_\_\_\_\_。

[112 學測數學 B]答：108

12

某冰淇淋店最少需準備  $n$  桶不同口味的冰淇淋，才能滿足廣告所稱「任選兩球不同口味冰淇淋的組合數超過 100 種」。試問來店顧客從  $n$  桶中任選兩球(可為同一口味)共有幾種方法？\_\_\_\_\_

(1) 101      (2) 105      (3) 115      (4) 120      (5) 225

[111 學測數學 A]答：(4)

13

將數字 1、2、3、...、9 等 9 個數字排成九位數(數字不得重複)，使得前 5 位從左至右遞增、且後 5 位從左至右遞減。試問共有幾個滿足條件的九位數？

\_\_\_\_\_

(1)  $\frac{8!}{4!4!}$       (2)  $\frac{8!}{5!3!}$       (3)  $\frac{9!}{5!4!}$       (4)  $\frac{8!}{5!}$       (5)  $\frac{9!}{5!}$

[112 學測數學 A]答：(1)

14

袋中有藍、綠、黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球(每顆球被抽中的機率相等)，若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{1}{15}$ ，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$ ，則從袋中隨機抽出兩球，此兩球為相異顏色的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

[111 學測數學 B]答： $\frac{31}{45}$

15

某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有 10 顆被標示為幸運獎，其獎項為 5000 元禮券及 8000 元禮券各 5 顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為 0.4%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人只有一次抽獎機會。若前 100 位參加抽獎者，恰有 1 人抽中 5000 元禮券且沒有人抽中 8000 元禮券，則抽獎順序為第 101 號者可獲禮券金額的期望值為\_\_\_\_\_元。

[113 學測數學 A]答：25

16

將 1 到 50 這 50 個正整數平分成甲乙兩組，每組各 25 個數，使得甲組的中位數比乙組的中位數小 1。試問共有幾種分法？\_\_\_\_\_

- (1)  $C_{25}^{50}$       (2)  $C_{24}^{48}$       (3)  $C_{12}^{24}$       (4)  $(C_{12}^{24})^2$       (5)  $C_{24}^{48} \cdot C_{12}^{24}$

[113 學測數學 A] 答：(4)

17

甲、乙兩班各有 40 位同學參加某次數學考試(總分為 100 分)，考試後甲、乙兩班分別以  $y_1 = 0.8x_1 + 20$  和  $y_2 = 0.75x_2 + 25$  的方式來調整分數，其中  $x_1$ 、 $x_2$  分別代表甲、乙兩班的原始考試分數， $y_1$ 、 $y_2$  分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。試選出正確的選項。\_\_\_\_\_

- (1) 甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數  
 (2) 甲班原始分數的平均分數的比乙班原始分數的平均分數高  
 (3) 甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高  
 (4) 若甲班 A 同學調整後的分數比乙班 B 同學調整後的分數高，  
     則 A 同學的原始分數比 B 同學的原始分數高  
 (5) 若甲班調整後不及格(小於 60 分)的人數比乙班調整後不及格的人數多，  
     則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多

[111 學測數學 B] 答：(1)(2)(4)



某校期中考試有 29 名考生，且成績均相異，統計後得到位於第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 41、60、74 與 92 分。後來發現成績有誤需要調整分數，成績較高的前 15 名學生的分數應該要各加 5 分，其餘學生成績不變。假設調整後第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$  與  $d$  分，則數組  $(a, b, c, d)$  為下列哪個選項？\_\_\_\_\_

- (1) (41, 60, 74, 92)      (2) (41, 60, 74, 97)      (3) (41, 65, 79, 97)  
 (4) (46, 65, 79, 92)      (5) (46, 65, 79, 97)

[112 學測數學 B] 答：(3)

有一城市分為東、西兩區。兩區各有一個氣溫偵測站，該城市當天的最高溫(單位：攝氏度)是取這兩區當天氣溫的最大值來記錄。下表顯示東、西兩區某月(共 30 天)每日最高溫分布的情形。

溫度 $t$	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
東區(天數)	0	11	14	5
西區(天數)	3	12	15	0

根據上表，該城市當月每日最高溫分布情形如下表。

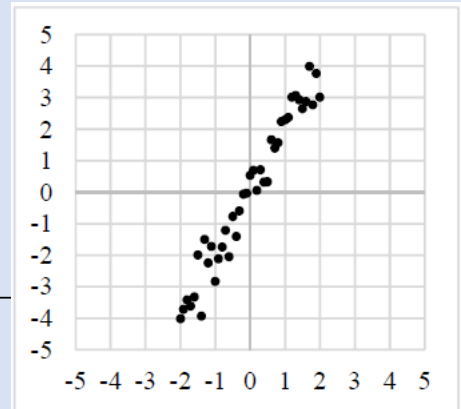
溫度 $t$	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
天數	A	B	C	

試選出有可能為數組  $(A, B, C, D)$  的選項。\_\_\_\_\_

- (1) (0, 15, 15, 0)      (2) (3, 12, 15, 5)      (3) (0, 9, 16, 5)  
 (4) (3, 7, 15, 5)      (5) (0, 12, 13, 5)

[113 學測數學 B] 答：(3)

在處理二維數據時，  
 有種方法是將數據垂直投影到某一直線，  
 並以該直線為數線，  
 進而了解投影點所成一維數據的變異。  
 下圖的一組二維數據，  
 試問投影到哪一選項的直線，  
 所得之一維投影數據的變異數會是最小？\_\_\_\_\_



- (1)  $y = 2x$       (2)  $y = -2x$       (3)  $y = -x$   
 (4)  $y = \frac{x}{2}$       (5)  $y = \frac{-x}{2}$

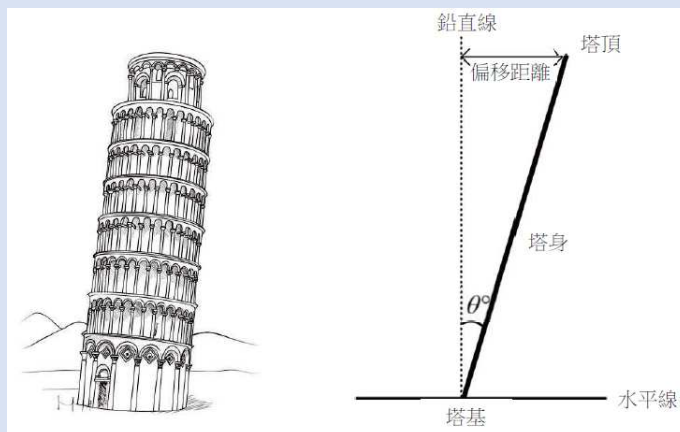
[111 學測數學 A] 答：(5)

某實驗室蒐集了大量的 A、B 兩相似物種，記錄其身長為  $x$  (單位：公分) 與體重  $y$  (單位：公克)，得 A、B 兩物種的平均身長分別為  $\overline{x_A} = 5.2$ 、 $\overline{x_B} = 6$ ，標準差分別為 0.3、0.1。令 A、B 兩物種的平均體重分別為  $\overline{y_A}$ 、 $\overline{y_B}$ 。若 A、B 兩物種其體重  $y$  對身長  $x$  的迴歸直線分別為  $L_A: y = 2x - 0.6$ 、 $L_B: y = 1.5x + 0.4$ ，相關係數分別為 0.6、0.3。今發現一隻身長 5.6 公分、體重 8.6 公克的個體 P，試選出正確的選項。\_\_\_\_\_

- (1)  $\overline{y_A} < \overline{y_B}$       (2) A 物種的體重標準差小於 B 物種的體重標準差  
 (3) 就 A 物種而言，個體 P 的體重與平均體重  $\overline{y_A}$  之差的絕對值大於一個標準差  
 (4) 點(5.6, 8.6)到直線  $L_A$  的距離小於其到直線  $L_B$  的距離  
 (5) 點(5.6, 8.6)與點( $\overline{x_A}$ ,  $\overline{y_A}$ )的距離小於其與點( $\overline{x_B}$ ,  $\overline{y_B}$ )的距離

[113 學測數學 A] 答：(3)

瘦長的塔因為年代久遠，塔身容易傾斜。在下方右圖中，以粗黑線條代表塔身，而塔身的長度稱為**塔高**，塔身與鉛直虛線的夾角 $\theta^\circ$ 稱為該塔的**傾斜度**( $0 \leq \theta < 90$ )，又塔頂至鉛直虛線的距離稱為該塔的**偏移距離**。



根據上述資料，試回答下列問題。

已知世界上傾斜度最高的摩天大樓坐落於阿布達比，其傾斜度達到 $18^\circ$ ，此傾斜度換算成弧(或弧度)為下列哪一個選項？\_\_\_\_\_

- (1)  $\frac{\pi}{36}$       (2)  $\frac{\pi}{18}$       (3)  $\frac{\pi}{20}$       (4)  $\frac{\pi}{10}$       (5)  $\frac{\pi}{8}$

【註： $180^\circ = \pi$  弧(弧度)，即  $1^\circ = \frac{180}{\pi}$  弧(弧度) ( $\pi \approx 3.14$ )】

中國虎丘塔、護珠塔與義大利的比薩斜塔是三座著名斜塔，它們的**塔高**分別為 48、19 與 57(公尺)，**偏移距離**分別為 2.3、2.3 與 4(公尺)，塔的**傾斜度**分別記為 $\theta_1^\circ$ 、 $\theta_2^\circ$ 與 $\theta_3^\circ$ 。試比較 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 與 $\theta_3$ 三數的大小關係。

假設有塔高相等的兩座鐵塔，它們的傾斜度 $\alpha^\circ$ 、 $\beta^\circ$ 分別滿足 $\sin \alpha^\circ = \frac{1}{5}$ 與

$\sin \beta^\circ = \frac{7}{25}$ 。已知兩座鐵塔的偏移距離相差 20 公尺，試求它們的塔頂到地面之距離相差多少公尺。

[111 學測數學 B]答：(4)； $\theta_2 > \theta_3 > \theta_1$ ； $100\sqrt{6} - 240$ (公尺)

23

地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且甲、乙兩大樓的水平距離為 150 公尺。某人從甲樓頂拉一條繩索到乙樓頂，並從甲樓頂測得乙樓頂的俯角為  $22^\circ$ 。假設該繩索被拉成直線，試問繩索的長度(單位：公尺)最接近下列哪個選項？(註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角)\_\_\_\_\_

- (1) 150      (2)  $150\sin 22^\circ$       (3)  $150\cos 22^\circ$       (4)  $\frac{150}{\cos 22^\circ}$   
 (5)  $\frac{150}{\sin 22^\circ}$

[112 學測數學 B] 答：(4)

24

坐標平面上， $\triangle ABC$  三頂點的坐標分別為  $A(0, 2)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(4, 1)$ ，試選出正確的選項。\_\_\_\_\_

- (1)  $\triangle ABC$  的三邊中， $\overline{AC}$  最長      (2)  $\sin A < \sin C$   
 (3)  $\triangle ABC$  為銳角三角形      (4)  $\sin B = \frac{7\sqrt{2}}{10}$   
 (5)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑比 2 小

[111 學測數學 A] 答：(1)(4)

下圖為一個積木的示意圖，其中  $ABC$  為一直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ ，且  $ADEB$  與  $ADFC$  皆為矩形。

試選出正確的選項。\_\_\_\_\_

(1) 將此積木沿平面  $ACE$  切下，可切得兩個正四面體

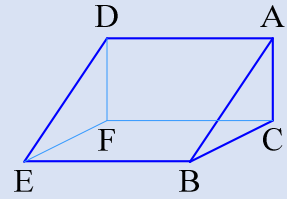
(2) 平面  $ADEB$  與  $ADFC$  所夾銳角大於  $45^\circ$

(3)  $\angle CEB < \angle AEB$       (4)  $\tan \angle AEC < \sin \angle CEB$

(5)  $\angle CEB < \angle AEC$

【註：正四面體為每一個面均為正三角形的三角錐體。】

[111 學測數學 A] 答：(2)(3)(4)



如圖，王家有塊三角形土地 $\triangle ABC$ ，其中 $\overline{BC} = 16$  公尺。

政府擬徵收其中梯形 DBCE 部分，

開闢以直線 DE、BC 為邊線的馬路，

其路寬為  $h$  公尺，這讓王家土地只剩原有面積的  $\frac{9}{16}$ 。

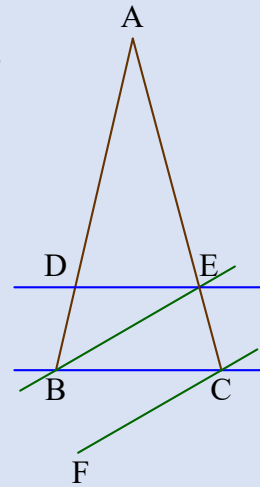
經協商，改以開闢平行直線 BE、FC 為邊線的馬路，

且路寬不變，其中  $\angle EBC = 30^\circ$ ，

則只需徵收 $\triangle BCE$  區域。依此協商，

王家剩餘的土地 $\triangle ABE$  有\_\_\_\_\_平方公尺。

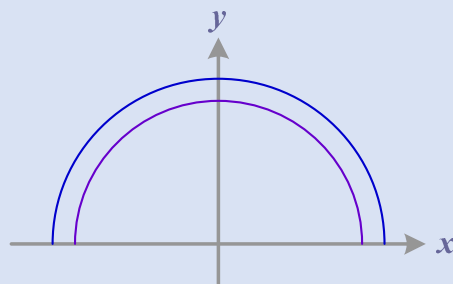
[111 學測數學 A]答：192



坐標平面上有一環狀區域由圓  $x^2 + y^2 = 3$  的

外部與圓  $x^2 + y^2 = 4$  的內部交集而成。

某甲欲用一支長度為 1 的筆直掃描棒  
來掃描此環狀區域之  $x$  軸上方的某區域  $R$ 。  
他設計掃描棒黑、白兩端分別在



半圓  $C_1: x^2 + y^2 = 3 (y \geq 0)$ 、 $C_2: x^2 + y^2 = 4 (y \geq 0)$  上移動。

開始時掃描棒黑端在點  $A(\sqrt{3}, 0)$ ，白端在  $C_2$  的點  $B$ 。接著黑、白兩端各沿  
著  $C_1$ 、 $C_2$  逆時針移動，直到白端碰到  $C_2$  的點  $B'(-2, 0)$  便停止掃描。

試問點  $B$  的坐標為下面哪一選項？\_\_\_\_\_

- (1)  $(0, 2)$       (2)  $(1, \sqrt{3})$       (3)  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$       (4)  $(\sqrt{3}, 1)$   
(5)  $(2, 0)$

令  $O$  為原點，掃描棒停止時黑、白兩端所在位置分別為  $A'$ 、 $B'$ 。試在答題卷  
上作圖區中以斜線標示掃描過的區域  $R$ ；並於求解區內求  $\cos \angle OA'B'$  及點  $A'$   
的極坐標。

承上題，令  $\Omega$  表示掃描棒在第一象限所掃過的區域，試分別求  $\Omega$  與  $R$  的面積。

[111 學測數學 A] 答：(4)； $\cos \angle OA'B' = 0$ 、 $A'[\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6}]$ ；

$$\Omega \text{ 面積} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{12}, R \text{ 面積} = \frac{5\pi}{12}$$

28

坐標平面上，以原點  $O$  為圓心、1 為半徑作圓，分別交坐標正向於  $A$ 、 $B$  兩點。

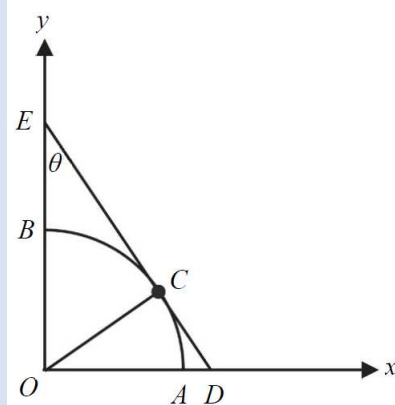
在第一象限的圓弧上取一點  $C$  作圓的切線分別交兩軸於點  $D$ 、 $E$ ，如圖所示。

令  $\angle OEC = \theta$ ，試選出為  $\tan \theta$  的選項。\_\_\_\_\_

(1)  $\overline{OE}$       (2)  $\overline{OC}$       (3)  $\overline{OD}$       (4)  $\overline{CE}$

(5)  $\overline{CD}$

[112 學測數 A] 答：(5)



29

對任一正整數  $n \geq 2$ ，令  $T_n$  表示邊長為  $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$  的三角形。試選出正確的選項。

(註：若三角形的三邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，令  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ，

則三角形面積為  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  )

- (1)  $T_n$  皆為銳角三角形      (2)  $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$ 、 $\dots$ 、 $T_{10}$  的周長形成等差數列  
 (3)  $T_n$  的面積隨  $n$  增大而增大      (4)  $T_5$  的三高依序形成等差數列  
 (5)  $T_3$  的最大角大於  $T_2$  的最大角

[113 學測數學 A] 答：(2)(3)